

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

## SERVICES INFORMATIQUES

### AUX ORGANISATIONS

**SESSION 2015**

## SUJET

### ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Sous épreuve E21 – Mathématiques  
Épreuve obligatoire

**Durée : 2 heures**

**coefficient : 2**

**Calculatrice autorisée**, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

**Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

**Il comprend 5 pages numérotées de la page 1/5 à 5/5.**

## Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des cinq questions, quatre réponses sont proposées, dont une seule est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse exacte.

*Aucune justification n'est attendue.*

*Une bonne réponse rapporte 1 point.*

*Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'enlèvent aucun point.*

Questions	Réponses proposées
<p>1. <math>a</math> et <math>b</math> étant deux variables booléennes, l'expression <math>\overline{a+b}</math> est toujours égale à :</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\overline{a+b}</math></li> <li>• <math>\overline{a}.\overline{b}</math></li> <li>• <math>\overline{a.b}</math></li> <li>• <math>\overline{a+b+a.b}</math></li> </ul>
<p>2. <math>a, b</math> et <math>c</math> étant des variables booléennes, une écriture simplifiée de l'expression <math>E = ab + \overline{b}c + bc + \overline{a}c</math> est :</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>b + \overline{c}</math></li> <li>• <math>\overline{b}c</math></li> <li>• <math>b + c</math></li> <li>• <math>a + b + c</math></li> </ul>
<p>3. Les nombres 63 et 91 :</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sont premiers entre eux</li> <li>• sont premiers l'un et l'autre</li> <li>• ont un diviseur commun autre que 1</li> <li>• sont divisibles par 3</li> </ul>
<p>4. À chaque nombre entier naturel, on associe son double, ce qui définit une application <math>f</math> de <math>\mathbb{N}</math> dans <math>\mathbb{N}</math>.  Cette application <math>f</math> est :</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• injective</li> <li>• surjective</li> <li>• ni injective, ni surjective</li> <li>• bijective</li> </ul>
<p>5. Soit <math>P</math> la proposition : « Tout étudiant en STS SIO connaît le langage Python ».  La négation de la proposition <math>P</math> est :</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• « Aucun étudiant en STS SIO ne connaît le langage Python »</li> <li>• « Exactement un étudiant en STS SIO ne connaît pas le langage Python »</li> <li>• « Les étudiants en STS SIO ne connaissent pas tous le langage Python »</li> <li>• « Tout étudiant en STS SIO connaît le langage JAVA »</li> </ul>

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2015	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
15SIE2MATNC1	Coefficient : 2	Page 2/5
	Durée : 2 heures	

## Exercice 2 (8 points)

### Partie A

Le tableau suivant donne la durée en heure des traversées entre différentes villes portuaires.  
Par exemple, la case contenant le nombre 4 s'interprète ainsi : la durée de la traversée au départ de la ville B et à destination de la ville E est égale à 4 h.

Ville	A	B	C	D	E	F
A		3		8		
B				6	4	
C						
D			12			
E			8			6
F			3			

À ce tableau est associé un graphe orienté dont les sommets sont A, B, C, D, E et F.

1. Dresser le tableau des prédécesseurs de chacun des sommets de ce graphe, et déterminer le niveau de chaque sommet.
2. Dessiner le graphe en ordonnant les sommets par niveaux et en marquant la longueur de chaque arc.
3. Déterminer le (ou les) trajet(s) de durée minimale permettant d'aller de A à C.

### Partie B

Une agence de voyage de la zone euro propose un circuit touristique pour visiter les 3 villes A, B et C. Le client peut choisir la durée du séjour dans chaque ville. L'agence distingue deux périodes, la haute et la basse saison, et différencie ses tarifs selon la période.

Les tarifs journaliers dans les différentes villes, en centaines d'euro par personne, sont donnés dans le tableau suivant. L'euro est noté €.

	Ville A	Ville B	Ville C
Nombre de jours	1	1	1
Tarif haute saison	2	2,5	1,5
Tarif basse saison	1	2	1

On note  $P$  la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2,5 & 1,5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

1. Monsieur Martin a choisi un circuit qui comprend 3 jours dans la ville A, 2 jours dans la ville B et 5 jours dans la ville C. On associe à ce choix la matrice  $M = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

- Calculer le produit matriciel  $P \times M$ . Que représentent les termes de la matrice obtenue ?
- Monsieur Martin dispose de 1 500 €. Pourra-t-il réaliser son voyage ?

2. On considère la matrice  $Q = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ , et on note  $I$  la matrice unité :  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Calculer le produit matriciel  $Q \times P$ .
- Soient  $X$  et  $Y$  deux matrices colonnes quelconques à 3 lignes et 1 colonne. Montrer que, si  $P \times X = Y$ , alors  $X = Q \times Y$ .

3. Dans une publicité, l'agence de voyage affirme qu'un circuit complet de 12 jours est possible au tarif de 2250 € en haute saison et 1400 € en basse saison.  
Comment se compose ce circuit, en nombre de jours dans chacune des villes ?

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2015	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 4/5
	Durée : 2 heures	
15SIE2MATNC1		

### Exercice 3 (7 points)

Après l'obtention de leur BTS SIO, Aurélien et Barbara sont employés dans deux entreprises différentes le 1<sup>er</sup> janvier 2015. Ces deux entreprises sont situées dans la zone euro ; l'euro est l'unité monétaire utilisée (notation €).

L'entreprise A propose à Aurélien un salaire annuel de 18 000 € en 2015, avec une augmentation annuelle de 380 €.

L'entreprise B propose à Barbara un salaire de 18 000 € en 2015, avec une augmentation annuelle de 2 %.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $a_n$  et  $b_n$  les montants respectifs, en euro, des salaires annuels d'Aurélien et de Barbara, pour l'année  $(2015 + n)$ .

#### 1. Étude du salaire d'Aurélien

- Calculer le salaire annuel d'Aurélien en 2016 puis en 2017.
- Déterminer la nature de la suite  $(a_n)$  et, pour tout entier naturel  $n$ , exprimer le nombre  $a_n$  en fonction de l'entier  $n$ .
- Quel sera le salaire annuel d'Aurélien en 2025 ?
- On rappelle que la somme des premiers termes d'une suite arithmétique  $(u_n)$  peut être

obtenue à l'aide de la formule :  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{(u_0 + u_n)}{2} \times (n+1)$ .

Par une méthode au choix, calculer le montant total que doit percevoir Aurélien, du 1<sup>er</sup> janvier 2015 au 31 décembre 2025.

#### 2. Étude du salaire de Barbara

- Calculer le salaire annuel de Barbara en 2016 puis en 2017.
- Déterminer la nature de la suite de la suite  $(b_n)$ .
- Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $b_n = 18000 \times 1,02^n$ .
- Quel sera, arrondi au centime d'euro, le salaire annuel de Barbara en 2025 ?  
Expliquer la démarche.

#### 3. Comparaison des deux salaires

À l'aide de la calculatrice, comparer, pour les années allant de 2015 à 2030, les salaires de Barbara et Aurélien.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2015	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE	SUJET	
	Coefficient : 2	Page 5/5
15SIE2MATNC1	Durée : 2 heures	