

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SERVICES INFORMATIQUES

AUX ORGANISATIONS

SESSION 2016

SUJET

ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES

Sous-épreuve UF2 - facultative

Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte.

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comprend 3 pages, numérotées de la page 1 à la page 3.

Une feuille de papier millimétré est à fournir avec le sujet.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2016	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
16SIEF2MAPO1	Durée : 2 heures	Page 1/3

Exercice 1 (10 points)

Une entreprise réalise une étude en vue de la commercialisation d'une machine qu'elle a fabriquée. L'étude vise à déterminer le nombre de machines qu'elle doit fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice. On admet que toutes les machines fabriquées sont vendues.

Partie A : Étude du coût de production

Le coût de production (en milliers d'euro) de x machines est modélisé sur l'intervalle $[0 ; 160]$ par :

$$f(x) = 0,48x^2 + 1000 \ln(x + 10)$$

1. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 160]$:

$$f'(x) = \frac{0,96x^2 + 9,6x + 1000}{x + 10}$$

2. Quel est le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 160]$? Justifier.

En déduire le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous (arrondir à l'unité).

x	0	20	50	70	90	110	130	160
$f(x)$			5 294		8 493		13 054	

4. Tracer la courbe C_f représentant la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 160]$ dans un repère orthogonal, avec les unités graphiques suivantes : 1 cm représente 10 machines en abscisses et 1 cm représente 1 millier d'euro en ordonnées.

Partie B : Étude du bénéfice

Le prix de vente d'une machine est de 100 000 €.

1. Exprimer la recette $r(x)$ (en milliers d'euro) en fonction du nombre de machines x vendues.

2. Représenter sur le graphique de la **partie A**, la droite d'équation $y = 100x$.

3. Déterminer graphiquement les quantités de machines que l'entreprise peut fabriquer pour réaliser un bénéfice.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2016	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
16SIEF2MAPO1	Durée : 2 heures	Page 2/3

Exercice 2 (10 points)

Dans cet exercice, sauf indication contraire, les résultats sont arrondis au millième.

Un administrateur de réseaux installe des nouveaux serveurs pour ses utilisateurs répartis sur trois sites. L'installation nécessite une interruption du service pendant une période donnée. Afin de perturber le moins possible les utilisateurs, l'administrateur étudie les connexions sur les trois sites dans la période considérée. On suppose que la probabilité qu'un utilisateur se connecte, dans cette période, est égale à 0,05. Les comportements des utilisateurs sont supposés indépendants les uns des autres.

Partie A

Sur le site 1, il y a 60 utilisateurs. On note X_1 la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'utilisateurs connectés sur ce site dans la période considérée.

1. Justifier le fait que la variable aléatoire X_1 suit une loi binomiale et donner les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité de n'avoir aucun utilisateur connecté dans la période considérée.
3. Calculer la probabilité d'avoir au moins deux utilisateurs connectés dans cette période.

Partie B

Sur le site 2, il y a 120 utilisateurs.

On décide d'approcher la loi de probabilité de la variable aléatoire X_2 , qui comptabilise le nombre d'utilisateurs connectés du site 2 dans la période considérée, par une loi de Poisson de paramètre λ . On note Y la variable aléatoire suivant cette loi de Poisson.

1. Montrer que $\lambda = 6$.
2. Calculer la probabilité $P(Y \leq 2)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Sur le site 3, il y a 200 utilisateurs.

On admet que la loi de probabilité de la variable aléatoire X_3 , qui comptabilise le nombre d'utilisateurs connectés du site 3 dans la période considérée, peut être approchée par une loi normale. Soit Z la variable aléatoire suivant cette loi de normale $N(m; \sigma)$.

1. Justifier que $m = 10$ et que $\sigma \approx 3,1$ en arrondissant au dixième.
2. Déterminer la probabilité d'avoir au plus 14 utilisateurs du site 3 connectés dans la période d'interruption en calculant $P(Z \leq 14,5)$.
3. Calculer la probabilité que le nombre d'utilisateurs du site 3 connectés dans cette période soit compris entre 6 et 14, c'est-à-dire calculer le nombre $P(5,5 \leq Z \leq 14,5)$.

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS	SESSION : 2016	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES APPROFONDIES	SUJET	
16SIEF2MAPO1	Durée : 2 heures	Page 3/3